EXTRAIT
Congrès International des Mathématiciens
Oslo 1936

PSEUDOBEWERTUNGEN

Von K. MAHLER, z. Zt. Krefeld.

Eine für alle Elemente a eines kommutativen Ringes R mit Einselement definierte reellwertige Funktion $W(a) \geqq 0$ mit

$$W(0)=0, \quad W(a-b) \leqq W(a)+W(b), \quad W(a\,b) \leqq W(a)\,W(b)$$

heiße eine Pseudobewertung (kurz: Pb.). Analog wie in der Theorie der Bewertungen von Kürschak lassen sich Fundamental- und Nullfolgen in bezug auf $W(a)$ definieren, und man kann von R zum perfekten Ring R'_W übergehen, in dem jede Fundamentalfolge einen Limes hat. Jedoch wird nicht R, sondern im allgemeinen erst ein Unterring hiervon in R'_W enthalten sein.

Die Summe

$$W(a) = \sum_{k=1}^{n} W_k(a)$$

endlichvieler Pb. ist wieder eine Pb. Genügen die Summanden einer gewissen Unabhängigkeitsbedingung (alsdann reden wir von einer direkten Summe), so wird der zur Summe gehörige perfekte Ring R'_W isomorph der direkten Summe der einzelnen perfekten Ringe $R'_{W_1}, \cdots, R'_{W_n}$. Umgekehrt kann eine Pb. im wesentlichen nur auf eine Art als direkte Summe unabhängiger Pb. dargestellt werden.

Man nennt zwei Pb. $W_1(a)$ und $W_2(a)$ einander äquivalent, wenn Fundamentalfolgen und Nullfolgen bei beiden übereinstimmen. Dann entsteht das Problem, alle nichtäquivalenten Pb. von R anzugeben, also alle nichtisomorphen perfekten Ringe R'_W, die zu R gehören. Die Aufgabe ist im allgemeinen recht schwierig, läßt sich aber für endliche algebraische Zahlkörper, bzw. für die Hauptordnung solcher Körper vollständig lösen.